琉大オープン模試　乙型　解説

1

問１　ユークリッドの互除法を用いると、$7169=67\times107$　$8777=67\times131$

よって $\dfrac{107}{131}$

問２　$\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ であるから，不等式は　$2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)<0$

$0\leqq x<2\pi$ のとき　$-\dfrac{\pi}{3}\leqq x-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{5}{3}\pi$

この範囲で不等式を解くと

$-\dfrac{\pi}{3}\leqq x-\dfrac{\pi}{3}<0,\ \pi<x-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{5}{3}\pi$　すなわち　$0\leqq x<\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{4}{3}\pi<x<2\pi$

問３　一般項は　$a_n=1\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}=\dfrac{1}{3^{n-1}}$

$a_n<\dfrac{1}{10^{10}}$ とすると　$\dfrac{1}{3^{n-1}}<\dfrac{1}{10^{10}}$

両辺の常用対数をとると　$-\log_{10}3^{n-1}<-10$

ゆえに　$\log_{10}3^{n-1}>10$　すなわち　$(n-1)\log_{10}3>10$

よって　$n>\dfrac{10}{\log_{10}3}+1=\dfrac{10}{0.4771}+1=21.9\cdots\cdots$

この不等式を満たす最小の自然数を求めて　$n=22$

2

問１　$y'=2x$　より　$x=3$ のとき　$y'=6$ となり

C 上の点 $(3,8)$ における接線の方程式は

$y-8=6(x-3)$　すなわち　$y=6x-10$

問２　$y'=2x$　より　$x=t$ のとき　$y'=2t$ となり

C 上の点 $(t,\ t^2-1)$ における接線の方程式は

$y-(t^2-1)=2t(x-t)$　すなわち　$y=2tx-t^2-1$

この接線が点 $(1,\ -4)$ を通るとき　$-4=2t-t^2-1$

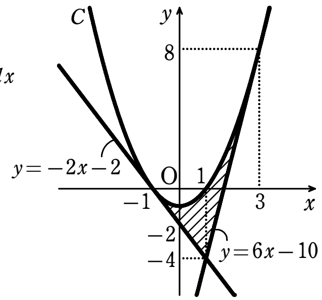
よって　$t^2-2t-3=0$

ゆえに　$(t+1)(t-3)=0$　すなわち　$t=-1,\ 3$

$t\fallingdotseq 3$ より、$t=-1$ となり、接線の方程式，接点の順に

$y=-2x-2,\ (-1,\ 0)$

問３　図から，求める面積は



$$\int_{-1}^{1}\{x^2-1-(-2x-2)\}dx+\int_{1}^{3}\{x^2-1-(6x-10)\}dx$$

$$=\int_{-1}^{1}(x+1)^2dx+\int_{1}^{3}(x-3)^2dx$$

$$=\left[\frac{(x+1)^3}{3}\right]_{-1}^{1}+\left[\frac{(x-3)^3}{3}\right]_{1}^{3}$$

$$=\frac{8}{3}-\left(-\frac{8}{3}\right)=\frac{16}{3}$$