琉大オープン模試　乙型　解説

1

問1　$\sin^2\theta=\cos\theta$ から　$1-\cos^2\theta=\cos\theta$

ゆえに　$\cos^2\theta+\cos\theta-1=0$

$\cos\theta=\sin^2\theta\geqq 0$ であるから　$\cos\theta=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

よって

$$\frac{1}{1+\cos\theta}+\frac{1}{1-\cos\theta}=\frac{2}{1-\cos^2\theta}$$
$$=\frac{2}{\sin^2\theta}=\frac{2}{\cos\theta}$$
$$=\frac{4}{\sqrt{5}-1}$$
$$=\sqrt{5}+1$$

問2　真数は正であるから　$x-2>0$ かつ $x+1>0$

よって　$x>2$　……①

不等式を変形すると　$\log_{10}(x-2)(x+1)\leqq\log_{10}10$

底10は1より大きいから　$(x-2)(x+1)\leqq 10$

整理すると　$x^2-x-12\leqq 0$　　すなわち　$(x+3)(x-4)\leqq 0$

よって　$-3\leqq x\leqq 4$　……②

①と②の共通範囲を求めて　$2<x\leqq 4$

問3　$x^{30}+x^{27}+3$ を x^2-1 すなわち $(x+1)(x-1)$ で割ったときの商を $Q(x)$，余りを $ax+b$ とすると，次の等式が成り立つ。

$$x^{30}+x^{27}+3=(x+1)(x-1)Q(x)+ax+b$$

$x=1,\ -1$ を代入すると　$5=a+b,\ 3=-a+b$

これを解くと　$a=1,\ b=4$

したがって，求める余りは　$x+4$

2

問1　$f'(x)=2x-3$ であるから，点Pにおける C の接線の方程式は

$$y-(t^2-3t+2)=(2t-3)(x-t)$$

すなわち　$y=(2t-3)x-t^2+2$

問2　問1で求めた接線が点 $(2,\ -1)$ を通るとすると　$-1=(2t-3)\cdot 2-t^2+2$

すなわち　$t^2-4t+3=0$　　ゆえに　$(t-1)(t-3)=0$

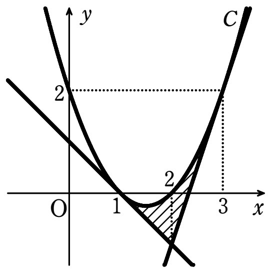
よって　$t=1,\ 3$

ゆえに，求める接線の方程式と接点の座標は順に

$t=1$ のとき　$y=-x+1$，$(1,\ 0)$

$t=3$ のとき　$y=3x-7$，$(3,\ 2)$

問3　右の図から，求める面積 S は



$$S=\int_1^2\{x^2-3x+2-(-x+1)\}dx$$
$$+\int_2^3\{x^2-3x+2-(3x-7)\}dx$$
$$=\int_1^2(x-1)^2dx+\int_2^3(x-3)^2dx$$
$$=\left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_1^2+\left[\frac{(x-3)^3}{3}\right]_2^3=\frac{1}{3}-\frac{(-1)^3}{3}=\frac{2}{3}$$